

ХIII городская научно-практическая конференция школьников
«Первые шаги в науку – 2010»

Секция: математика

Тайны числа π

проектно-исследовательская работа

Выполнила: уч-ся 8 кл. МОУ
«СОШ № 2»
г. Лесосибирска
Лазарева Лана Андреевна

Руководитель: учитель
математики МОУ «СОШ № 2»
г. Лесосибирска
Киселева Лариса Михайловна

СОДЕРЖАНИЕ

I. Введение	3
II. Основная часть	5
Глава 1. История числа π	5
§1. Древний период	5
§2. Классическая эра	7
§3. Эра цифровых компьютеров	7
Глава 2. Тайны числа π	10
§1. День рождения числа. Погоня за знаками.	10
§2. Мнемонические правила запоминания числа π	13
III. Заключение	16
IV. Библиография	17
V. Приложение	18

I. ВВЕДЕНИЕ

В современной математике в большое число различных формул входит число π . Однако, школьные учебники, содержат очень скудную информацию об этом числе. Первое знакомство с числом π в рамках школьного курса математики происходит в 6-ом классе при изучении темы «Длина окружности и площадь круга». При изучении этой темы учащиеся получают наглядное представление о длине окружности и площади круга. Здесь же делается вывод о том, что для всех окружностей отношение длины окружности к длине ее диаметра является одним и тем же числом, которое обозначают греческой буквой $\pi \approx 3,14$... При изучении этой же темы в курсе геометрии 9 класса добавляется следующая информация об этом числе:

1. π является бесконечной десятичной дробью, т. е. иррациональным числом.

2. $\pi \approx \frac{22}{7}$ с точностью до 0,002

3. это приближенное значение было найдено еще в III в. до н.э. великим греческим ученым Архимедом.

Анализ ответов на вопросы анкеты, которые были предложены нами выпускникам нашей школы показал, что они не владеют знаниями из истории числа π , не знают многих интересных событий и фактов, связанных с этим удивительным числом. (Приложение 1)

Поэтому цель нашей работы звучит следующим образом:

Составить брошюру «Тайны числа π », которая поможет учащимся получить дополнительную информацию из истории числа π и овладеть некоторыми мнемоническими правилами для его запоминания.

Для достижения цели мы сформулировали ряд задач:

1. Изучить историю возникновения числа π .

2. Подобрать занимательные факты, связанные с числом π .

3.Разработать структуру и содержание брошюры «Тайны числа π »

Методы, которые мы использовали при написании своей работы: анкетирование, изучение и анализ литературы, систематизация полученных знаний, описательный метод.

Брошюра предназначена для практического использования на уроках математики.

I. ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

ГЛАВА I. ИСТОРИЯ ЧИСЛА π

История числа π шла параллельно с развитием всей математики. Некоторые авторы разделяют весь процесс на 3 периода: древний период, в течение которого π изучалось с позиции геометрии, классическая эра, последовавшая за развитием математического анализа в Европе в XVII веке, и эра цифровых компьютеров.

§ 1. ДРЕВНИЙ ПЕРИОД

В каждой книге по занимательной математике вы непременно найдете историю уточнения значения числа π . Сначала, в древних Китае, Египте, Вавилоне и Греции для расчетов использовали дроби, например, $22/7$ или $49/16$. Сведения о том, что окружность ровно втрое длиннее диаметра, находятся в клинописных табличках Древнего Междуречья. Такое же значение числа π есть и в тексте Библии: «И сделал литое из меди море, – от края до края его десять локтей, – совсем круглое, вышиною в пять локтей, и снурок в тридцать локтей обнимал его кругом» (3 Цар. 7. 23). Так же считали и древние китайцы. Но уже во 2 тыс. до н.э. древние египтяне пользовались более точным значением числа π , которое получается из формулы для площади круга диаметра d : $\frac{C}{d}$. Этому правилу из 50-й задачи папируса Райнда соответствует значение $3,1605$. Папирус Райнда, найденный в 1858, назван так по имени его первого владельца, его переписал писец Ахмес около 1650 до н.э., автор же оригинала неизвестен, установлено только, что текст создавался во второй половине 19 в. до н.э. Хотя каким образом египтяне получили саму формулу, из контекста неясно. В так называемом Московском

папирусе, который был переписан неким учеником между 1800 и 1600 до н.э. с более древнего текста, примерно 1900 до н.э., есть еще одна интересная задача о вычислении поверхности корзины. Неизвестно, какой формы была корзина, но все исследователи сходятся во мнении, что и здесь для числа π берется то же самое приближенное значение 3,1605.

Чтобы понять, каким образом древние ученые получили тот или иной результат, нужно попытаться решить задачу, используя только знания, что число π выражает отношение длины окружности к своему диаметру.

В древнем Египте площадь круга диаметром d определяли как $(d - \frac{d}{9})^2$ -

Эта запись дана здесь в современных символах. Из приведенного выражения можно заключить, что в то время число π считали равными дроби $(\frac{16}{9})^2$, или $\frac{256}{81}$, т.е. $\pi \approx 3,160\dots$

В священной книге джайнизма (одной из древнейших религий, существовавших в Индии и возникшей в VI в. до н.э.) имеется указание, из которого следует, что число π принимали равным $\sqrt{10}$, что дает дробь 3,162\dots

Древние греки Евдокс, Гиппократ и др., измерение окружности сводили к построению соответствующего отрезка, а измерение круга - к построению равновеликого квадрата, следует заметить, что на протяжении многих столетий математики разных стран и народов пытались выразить отношение длины окружности к диаметру рациональным числом,

Архимед в III в. до н.э. обосновал в своей небольшой работе «Измерение круга» свои точные расчеты отношения окружности к диаметру, Его результат заключен между числами $3\frac{10}{71}$ и $3\frac{1}{7}$, а это означает, что $\pi \approx 3,1419\dots$

§ 2. КЛАССИЧЕСКАЯ ЭРА

В V в. китайским математиком Цзу Чунжжи было найдено более точное значение этого числа: $\pi \approx 3,1415927\dots$

В первой половине XV в. В обсерватории Улугбека, возле Самарканда, астроном и математик ал-Каши вычислил π с 16 десятичными знаками.

Спустя полтора столетия в Европе Ф.Виет нашел число π только с 9 правильными десятичными знаками,

Первым ввел обозначение отношение длины окружности к диаметру современным символом π английский математик У.Джонсон в 1706 г. В качестве первого символа он взял первую букву греческого слова. Это обозначение происходит от начальной буквы греческих слов περιφέρεια — «периферия», что в переводе означает «окружность». Введенное У.Джонсоном обозначение стало общеупотребительным после опубликования работ Л.Эйлера, который воспользовался введенным символом впервые в 1736 г.

В конце XVIII в. А.М. Лежандр на основе работ И.Г. Ламберта доказал, что π иррационально. Затем немецкий математик Ф. Линдеман, опираясь на исследования Ш.Эрмита, нашел строгое доказательство того, что это число не только иррационально, но и трансцендентно, т.е. не может быть корнем алгебраического уравнения.

Поиски точного выражения числа π продолжались и после работ Ф.Виета. В начале XVII в. голландский математик из Кельна Лудольф ванн Цейлен (1540-1610) нашел 32 правильных знаков.

§ 3. ЭРА ЦИФРОВЫХ КОМПЬЮТЕРОВ

К концу XIX в., после 20 лет упорного труда, англичанин Вильям Шенк

нашел 707 знаков числа π . Однако в 1945 г, с помощью вычислительной техники, обнаружено, что Шенкс в своих вычислениях допустил ошибку в 520-м знаке и дальнейшие его вычисления оказались неверными.

В 2009 году учёные из японского университета Цукубо рассчитали последовательность из 2 576 980 377 524 десятичных разрядов. В 2010 году французский программист Фабрис Беллар на персональном компьютере рассчитал последовательность из 2 699 999 990 000 десятичных разрядов.

Ученые Токийского университета сумели поставить мировой рекорд в вычислениях числа Π до 12411-триллионного знака. Для этого группе программистов и математиков, которую возглавлял профессор Ясумаса Канада, понадобилась специальная программа, суперкомпьютер и 400 часов машинного времени.(Книга рекордов Гиннеса).

Зачем они это делают? Ну, во-первых, для очень точных вычислений какой-нибудь орбиты спутника желательно иметь этих знаков побольше, а то можно и в Луну не попасть. Да и для строительства всяких там плотин и гигантских мостов тоже нужна точность. А во-вторых, и в главных, это число имеет и собственную научную ценность. В процессе вычислений этих самых знаков было открыто множество разных научных методов и целых наук. Но самое главное – в десятичной части числа π нет повторений, как в обычной периодической дроби, а число знаков после запятой у него – бесконечно. На сегодняшний день проверено, что в 500 млрд. знаков числа π повторений действительно нет. Но такая точность имеет чисто академический интерес, а для практических нужд в пределах Земли достаточно 10 знаков после запятой. При радиусе Земли 6400 км или $6,4 \cdot 10^9$ мм, получится, что, отбросив двенадцатую цифру π после запятой, мы при вычислении длины меридиана, ошибемся на несколько миллиметров. А при расчете длины земной орбиты вокруг Солнца (ее радиус 150 млн км = $1,5 \cdot 10^{14}$ мм) для такой же точности достаточно использовать число π с четырнадцатью знаками после запятой. Среднее расстояние от Солнца до Плутона — самой

далекой планеты Солнечной системы — в 40 раз больше среднего расстояния от Земли до Солнца. Для вычисления длины орбиты Плутона с ошибкой в несколько миллиметров достаточно шестнадцати знаков пи. Да что уж там мелочиться, диаметр нашей Галактики около 100 тыс. световых лет (1 световой год примерно равен 1013 км) или 1019 мм, а ведь еще в XVII веке были получены 35 знаков пи, избыточные даже для таких расстояний.

Таким образом, познакомившись с историей числа π и с интересными фактами, связанные с этим числом, мы поняли какие сведения нам необходимо включить в брошюру. Для того чтобы содержание брошюры не показалось учащимся скучным, мы дополнили его иллюстрациями.

ГЛАВА II. ТАЙНЫ ЧИСЛА π

§ 1. ДЕНЬ РОЖДЕНИЕ ЧИСЛА. ПОГОНЯ ЗА ЗНАКАМИ.

Двадцать лет назад Лари Соу, сотруднику научно-популярного музея Эксплораториума, расположенного в Сан-Франциско, пришла в голову счастливая мысль устроить праздник в честь одного из самых знаменитых чисел - числа π . Поскольку в американской традиции написания даты сначала указывается месяц, а потом число, то для того чтобы отметить новый праздник, выбрали день 14 марта (в сокращении 3.14). Постепенно этот праздник стал международным. Главная церемония проходит в Эксплораториуме. Кульминация торжества приходится на 1 час 59 минут после полудня, а точнее на 26-ю секунду последней минуты этого числа: 3,1415926-это приближенное значения числа π с семью верными десятичными знаками после запятой. Участники праздника маршируют вдоль стен круглого зала музея, распевая песни о числе π , читают хвалебные речи в честь числа π , его роли в жизни человечества, рисуют антиутопические картины мира без π , читают хвалебные речи в честь числа π , его роли в жизни человечества, едят пироги и пиццу, пьют напитки и играют в игры, начинающиеся на «пи».

По центру круглого стола размещают главный символ праздника - круглую латунную тарелку, на которой выгравировано число π с первыми 100 знаками после запятой.

Ещё одной датой, связанной с числом π , является 22 июля, которое называется «Днём приближённого числа Пи» (англ. Pi Approximation Day), так как в европейском формате дат этот день записывается как 22/7, а значение этой дроби является приближённым значением числа π .

Случаются в этот день и экзотические события. Например, 14 марта 2004г. Даниэль Таммел по памяти, не заглядывая ни в какие бумаги, произнес 22514 цифр числа π . Присутствующая публика тщательно следила

за тем, чтобы ни одна цифра не была перепутана. А также:

- 17 июня 2009 года украинский нейрохирург, доктор медицинских наук, профессор Андрей Слюсарчук установил мировой рекорд, запомнив 30 миллионов знаков числа π , которые были напечатаны в 20 томах текста. С установлением нового рекорда Андрея Слюсарчука официально поздравил президент Украины Виктор Андреевич Ющенко. Поскольку устное перечисление 30 млн цифр π со скоростью одна цифра в секунду заняло бы почти год (347 дней) при непрерывном перечислении 24 часа в сутки, 7 дней в неделю, то был применён следующий подход для проверки рекорда: во время демонстраций Слюсарчука просят назвать произвольно выбранные.

- В Древней Греции точные науки процвели просто-таки необычайно, а также появилась архитектура. А где архитектура – там и расчеты. И всем известный Архимед еще уточнил значение числа π , о чем также в стихах сообщил нам замечательный писатель С.Бобров в своей чудесной книге «Волшебный Двурог»:

Гордый Рим трубил победу

Над твердыней Сиракуз;

Но трудами Архимеда

Много больше я горжусь.

- Ученые Токийского университета сумели поставить мировой рекорд в вычислениях числа π до 12411-триллионного знака. Для этого группе программистов и математиков, которую возглавлял профессор Ясумаса Канада, понадобилась специальная программа, суперкомпьютер и 400 часов машинного времени. (Книга рекордов Гиннеса).
- В 1965-м году американский математик М. Улэм, сидя на одном скучном собрании, от нечего делать начал писать на клетчатой бумаге цифры, входящие в число π . Поставив в центре 3 и двигаясь по спирали против часовой стрелки, он выписывал 1, 4, 1, 5, 9, 2, 6, 5 и прочие цифры после запятой. Попутно он обводил все простые числа кружками. Каково же было его

удивление и ужас, когда кружки стали выстраиваться вдоль прямых!

- Для более возвышенных читателей можно предложить и другой пример: если зашифровать все буквы цифрами, то в десятичном разложении числа π можно найти всю мировую литературу и науку, и рецепт изготовления соуса бешамель, и все священные книги всех религий.
- В американском написании сегодняшняя дата выглядит как 3.14, отсюда и объяснение, почему именно в этот день отмечается этот праздник.
- Знаменательно, что праздник числа π совпадает с днем рождения одного из наиболее выдающихся физиков современности - Альберта Эйнштейна.
- Компьютерный инженер из Франции Фабрис Беллар утверждает на своем сайте Bellard.org, что ему первым на планете удалось вычислить число π с точностью до 2,7-триллионного знака после запятой. Инженер говорит, что если бы он провел расчеты на последних моделях доступных на сегодня домашних компьютеров, то на вычисления ушло бы более 130 суток.
- Предыдущий рекорд составлял 2,6 трлн знаков после запятой и был установлен в Университете города Цукуба в Японии.
- Французский инженер говорит, что благодаря развитию современных технологий на получение его рекорда он потратил всего 29 часов - почти в 2000 раз меньше, чем японские специалисты в 2007 году, и сумму менее 2000 евро, которая пошла на аренду вычислительных мощностей суперкомпьютера T2K Open Supercomputer.
- Древнейшее приближение числа π $355/113$ открыто знаменитым китайским астрономом Цю-Шунь-Ши в V веке до н.э. А вот мнемоническое правило для его восстановления в памяти. Напишем по два раза первые три нечетные числа: 1,1,3,3,5,5. Из первых трех чисел делаем знаменатель, а из трех последних – числитель.
- Первым ввел обозначение отношение длины окружности к диаметру современным символом английский математик У.Джонсон в 1706. В качестве символа он взял первую букву греческого слова «периферия», что в переводе

означает «окружность»

- На ступенях перед зданием Музея искусств в Сиэтле воздвигнут памятник числу π .
- 17 июня 2009 года украинский нейрохирург, доктор медицинских наук, профессор Андрей Слюсарчук установил мировой рекорд, запомнив 30 миллионов знаков числа π , которые были напечатаны в 20 томах текста.
- Я думаю все знают что число $\pi \approx 3.14$

А вот число полностью

3.14159265358979323846264338327950288419716939937510582097494
45923078164062862089986280348253421170679821480865132823066
47093844609550582231725359408128481117450284102701938521105
55964462294895493038196442881097566593344612847564823378678
31652712019091456485669234603486104543266482133936072602491
41273724587006606315588174881520920962829254091715364367892
59036001133053054882046652138414695194151160943305727036575
95919530921861173819326117931051185480744623799627495673518
85752724891227938183011949129833673362440656643086021394946
39522473719070217986094370277053921717629317675238467481846
76694051320005681271452635608277857713427577896091736371787
214684409012249534301465495853710507922796892589235

§ 2. Мнемонические правила запоминания числа π

- Сначала по невежеству его (это отношение) считали равным трем, что было грубо приближенно, но им хватало. Но когда времена доисторические сменились временами древними (т.е. уже историческими), то удивлению пытливых умов не было предела: оказалось, что число три весьма неточно выражает это соотношение. С течением времени и развитием наук это число стали полагать равным двадцати двум седьмым, о чем потом даже сложили

стишок для запоминания:

Двадцать две совы скучали

На больших сухих суках.

Двадцать две совы мечтали

О семи больших мышах.

О мышах довольно юрких,

В аккуратных серых шкурках.

Слюнки капали с усов

У огромных серых сов.

- Есть несколько забавных способов запомнить число π точнее, чем просто 3,14. Например, фраза: «Что я знаю о кругах? Позволяет легко вспомнить первые пять цифр, надо только каждое слово этой фразы заменить количеством букв в этом слове: что-3, я-1, знаю-4, о-1, кругах-6, в итоге получаем 3,1416. Выучив следующее четверостишие, можно без труда назвать семь десятичных знаков π :

Нужно только постараться

И запомнить все как есть:

Три, четырнадцать, пятнадцать,

Девяносто два и шесть.

(С.Бобров Волшебный двурог)

Подсчет количества букв в каждом слове следующих фраз так же дает значение числа π :

- «Вот и знаю я число, именуемое пи. – Молодец!» ($\pi \approx 3,1415927$).
- Расшифрованный таким же образом мудрый совет позволяет вспомнить 11 цифр знаменитого числа «Учи и знай в числе известном за цифрой цифру, как удачу примечать» ($\pi \approx 3,14159265359$).
- Учитель одной из московских школ придумал строку: «Это я знаю и помню прекрасно», а его ученица сочинила забавное продолжение: «Пи многие знаки мне лишни, напрасны». Это двустишие позволяет

определить 12 цифр числа π : 3,14159265358.

- Вот и Миша и Анюта прибежали,

Пи узнать число они желали. ($\pi \approx 3,1415926536$)

Если соблюдать стихотворный размер, можно довольно быстро запомнить:

Три, четырнадцать, пятнадцать, девять два, шесть пять, три пять

Восемь девять, семь и девять, три два, три восемь, сорок шесть

Два шесть четыре, три три восемь, три два семь девять, пять ноль два

Восемь восемь и четыре, девятнадцать, семь, один

Раз у Коли и Арины

Распороли мы перины.

Белый пух летал, кружился,

Куражился, замирал,

Ублажился,

Нам же дал

Головную боль старух.

Ух, опасен пуха дух!

- А следующие слова были известны всем гимназистам

дореволюционной России. Вот оно, это замечательное двустишие:

Кто и шутя, и скоро пожелает(ъ)

"Пи" узнать число – уж(ъ) знает(ъ).

Учили они ее в старой орфографии, до того, как было резко уменьшено

использование твердого знака, и без труда могли записать: $\pi \approx 3,141596536$.

Итак, никаких ясных правил, которым подчиняются цифры числа π , скорее всего, нет, запоминать его цифры довольно трудно, и поколения людей придумывают разные способы, которые помогают запомнить хоть несколько первых цифр этого числа.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключение своей работы мы хотим заметить, что наша брошюра «Тайны числа π » включает в себя небольшую часть информации, касающуюся числа π . Мы выражаем надежду на то, что брошюра будет иметь практическое значение и применяться на уроках математики как педагогами, так и учащимися. Чтобы брошюра не показалась читателю скучной, мы наполнили ее иллюстрациями.

БИБЛИОГРАФИЯ

1. Аверьянов Д.И. и др. Математика. Большой справочник для школьников и поступающих в вузы. М.: Дрофа, 2000.
2. Глейзер Г.И. История математики в школе. Пособие для учителей. М.: Просвещение, 1983
3. Жарковская. Как родился день рождения.//Математика в школе,2008, №5, с.24-25.
4. Кордемский Б.А. Увлечь школьников математикой. М.: Просвещение, 1981.
5. www.chislo-pi.ru
6. [http:// pi.ru](http://pi.ru)
7. ath115.ru
8. ru.wikipedia.org/wiki/День_пи
9. moikompas.ru/compas/irrational_number_pi
10. lzhizni.ru/archive/0/n-14621/
11. www.zaitseva-irina.ru/html/f1100457339.html
12. www.youtube.com/watch?v=pXCt0H6FSyY

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Вопросы анкеты	Количество человек	% учащихся
1. Кто первым догадался, что отношение длины окружности к ее диаметру величина постоянная?	18	Архимед. Ответили 36 %
2. Чему равно число π ?	50	$\approx 3,14$. Ответили 100 %
3. Что вы знаете из истории числа π ?	0	0 %
4. Какие интересные факты и события, связанные с числом π вы знаете?	1	Замена нецензурной брани на телевидении звуковым сигналом «пи-пи-пи»

